Première Spécialité **Calculatrice autorisée**

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 4x - 5$.

1) Déterminer l'accroissement moyen de la fonction f entre 2 et 2.1.

2) Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 2.

3) Expliquer pourquoi le nombre dérivé de la fonction f en 2 est proche de l'accroissement moyen de la fonction f entre 2 et 2.1.

4) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 2.

5) Déterminer si la courbe représentative de la fonction f admet des tangentes de coefficient directeur -3.

6) Déterminer si deux tangentes distinctes à la courbe de la fonction f peuvent-avoir la même pente.

7) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

8) En déduire la tableau des variations de la fonctions f.

9) Ecrire une fonction Python $fonction(x)$ qui renvoie $f(x)$.

10) Ecrire une fonction Python $liste\_images(p, q, h)$ qui, étant donnés deux entiers relatifs p et q tels que $p \leq q$ et un entier naturel non nul h, renvoie la liste des images $f(x)$ lorsque $x \in [p; q]$ avec un pas de h.

Exercice 2

Pour chaque fonction $f(x)$, déterminer la fonction dérivée $f'(x)$.

1) $f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x + 1$

2) $f(x) = (4x + 2) \times \sqrt{x}$

3) $f(x) = \dfrac{1}{7x - 9}$

4) $f(x) = \dfrac{4x + 5}{7x - 9}$

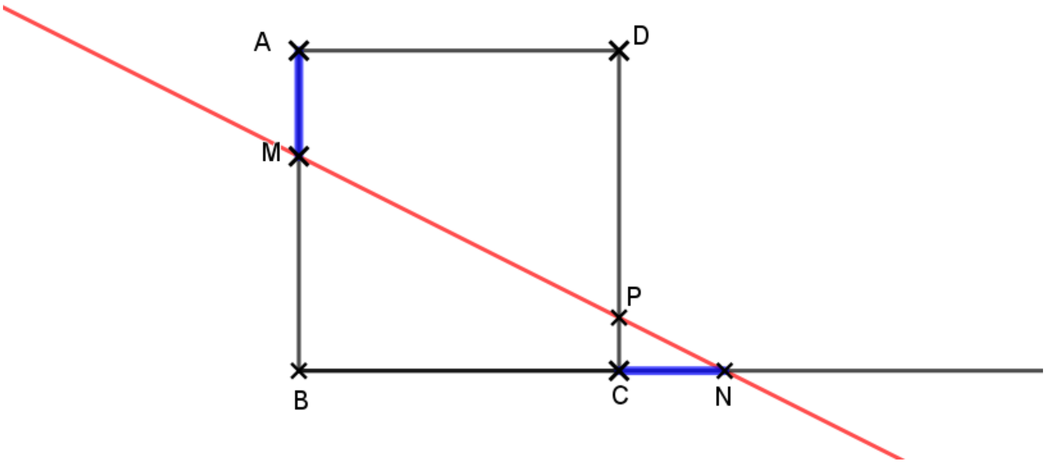
Exercice 3

On considère un carré $ABCD$ direct de côté 1.

On note M point mobile du segment $[AB]$ et pose $x = AM$.

On note N le point de la demi-droite $[BC)$ tel que $N \notin [BC]$ et $CN = AM$.

On note P le point d'intersection de la droite (MN) et du segment $[CD]$.



1) Démontrer $CP = \dfrac{x - x^2}{x + 1}$.

2) Soit $f(x)$ la fonction définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par $f(x) = \dfrac{x - x^2}{x + 1}$.

   a) Montrer que la fonction dérivée de la fonction $f(x)$ est $f'(x) = \dfrac{-x^2 - 2x + 1}{(x + 1)^2}$.

   b) En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$.

3) Déterminer la position du point M sur le segment $[AB]$ de telle sorte que la distance CP soit maximale.

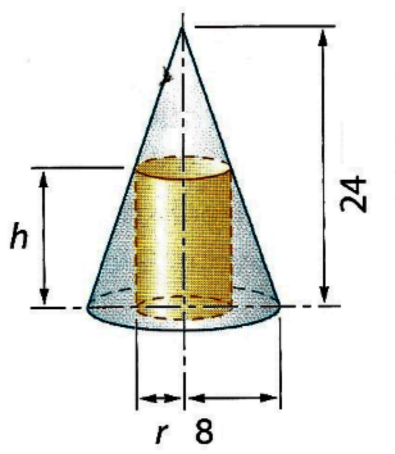
4) Etudier la valeur maximale de l'aire, un unité d'aire, du triangle CNP.

Exercice 4

Une unité de longueur est fixée.

Dans un cône de hauteur 24 et de base un disque de rayon 8, on inscrit un cylindre de base un disque de rayon $r \in [0; 8]$ et de hauteur h comme indiqué sur la figure ci-dessous.

On note $V(r)$ le volume du cylindre, en unité de volume. On rappelle la formule $V(r) = \pi r^2 h$.



1) Montrer l'égalité $V(r) = 3\pi r^2(8 - r)$.

2) Dresser le tableau de variations de la fonction $V(r)$ sur l'intervalle $[0; 8]$.

3) En déduire les dimensions du cylindre afin que son volume soir maximal.